

浸透圧（ファント・ホッフの式）

平衡時には、

$$\mu_{\text{溶媒}}^*(T, P + \Pi) = \mu_{\text{溶媒}}^*(T, P) - RT \ln a$$

が成り立つので、これを変形して、

$$\ln a = -\frac{\mu_{\text{溶媒}}^*(T, P + \Pi) - \mu_{\text{溶媒}}^*(T, P)}{RT} \approx -\frac{1}{RT} \left(\frac{\partial \mu_{\text{溶媒}}^*}{\partial P} \right)_T \Pi = -\frac{V_{\text{溶媒}}^*}{RT} \Pi$$

を得る。ここで、化学ポテンシャルが単位物質あたりのギブズエネルギーであることを思い出せば、 $(\partial \mu_{\text{溶媒}}^* / \partial P)_T = V_{\text{溶媒}}^*$ は溶媒のモル体積であるとわかる。

希薄溶液では、

$$a \approx x_{\text{溶媒}} = 1 - x_{\text{溶質}}, \quad \text{したがって,} \quad \ln a \approx -x_{\text{溶質}}$$

のように近似できるので、 $\Pi V_{\text{溶媒}}^* = x_{\text{溶質}} RT$ が導かれる。さらに、モル分率を、

$$x_{\text{溶質}} = \frac{n_{\text{溶質}}}{n_{\text{溶媒}} + n_{\text{溶質}}} \approx \frac{n_{\text{溶質}}}{n_{\text{溶媒}}}$$

とし、溶媒のモル体積を溶液の体積 $V = n_{\text{溶媒}} V_{\text{溶媒}}^*$ に置き換えることによって、

$$\Pi V = n_{\text{溶質}} RT$$

を得る。溶質のモル濃度 $c = n_{\text{溶質}} / V$ を用いると、浸透圧に関するファント・ホッフの式、

$$\Pi = cRT \quad (\text{浸透圧})$$

が得られる。