第4章 章末問題 解答

4.1

一定の外圧に逆らう膨張なので、(4-2) 式の $w=-p_{\rm ex}\Delta V$ の関係を用いる。仕事を求める際には、 $1\,{\rm J}=1\,{\rm Pa}\times 1\,{\rm m}^3$ の関係を用いるので、体積の単位を ${\rm m}^3$ に直す必要があることに注意。

$$w = -(1.0 \times 10^5 \,\mathrm{Pa}) \times (20 - 10) \times 10^{-3} \,\mathrm{m}^3 = -1000 \,\mathrm{J}$$

となる。膨張のときは、系(気体)が外界に仕事をし、内部エネルギーが減少する過程なので、仕事 w の符号はマイナスとなる。

(答) -1.0 kJ

4.2

一定温度で可逆的な膨張(等温可逆膨張)なので、(4-7)式を用いる。

$$w = -nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = -1.0 \,\text{mol} \times 8.31 \,\text{J K}^{-1} \,\text{mol}^{-1} \times 300 \,\text{K} \times \ln \frac{20 \,\text{L}}{10 \,\text{L}}$$
$$= -1728 \,\text{J}$$

である。この場合は体積の比を計算するので単位を m³ に直す必要はない。

(答) -1.7kJ

4.3

- (a) 気体の体積が変化しないので、仕事はない。: w=0
- (b) 一定体積の条件の下での温度変化では,加えた熱はすべて内部エネルギーの上昇に使われる $(\Delta U=q)$ 。理想気体の内部エネルギー変化は $\Delta U=C_V\Delta T$ で計算できる。単原子理想気体の定積熱容量 C_V は

$$C_V = \frac{3}{2}nR = \frac{3}{2} \times 1.0 \,\text{mol} \times 8.31 \,\text{J K}^{-1} \,\text{mol}^{-1} = 12.465 \,\text{J K}^{-1}$$

である。したがって、系が外界から受け取った熱は

$$q = \Delta U = 12.465 \,\mathrm{J}\,\mathrm{K}^{-1} \times (100 - 0) \,\mathrm{K} = 1246.5 \,\mathrm{J}$$

と求めることができる。

- (c) 定積温度変化における内部エネルギー変化は熱と等しいので、 $\Delta U = 1246.5 \, \mathrm{J}$
- (d) 理想気体のエンタルピーは温度のみの関数なので、どのような条件でも $\Delta H = C_p \Delta T$ とな
- る。単原子理想気体の定圧熱容量 C_p は

$$C_p = \frac{5}{2}nR = \frac{5}{2} \times 1.0 \,\text{mol} \times 8.31 \,\text{J K}^{-1} \,\text{mol}^{-1} = 20.775 \,\text{J K}^{-1}$$

である。したがって、エンタルピー変化は

$$\Delta H = 20.775 \,\mathrm{J}\,\mathrm{K}^{-1} \times (100 - 0) \,\mathrm{K} = 2077.5 \,\mathrm{J}$$

と求めることができる。

(答) (a) 0, (b) 1.2 kJ, (c) 1.2 kJ, (d) 2.1 kJ

- (a), (b), (c), (d) の順に求めることはできないので、わかるものから求めていく。
- (c) 理想気体の内部エネルギーは温度のみの関数なので,一定圧力条件下でも内部エネルギー変化は $\Delta U = C_V \Delta T$ で計算できる。単原子理想気体の定積熱容量 C_V は

$$C_V = \frac{3}{2}nR = \frac{3}{2} \times 1.0 \,\text{mol} \times 8.31 \,\text{J K}^{-1} \,\text{mol}^{-1} = 12.465 \,\text{J K}^{-1}$$

である。したがって,

$$\Delta U = 12.465 \,\mathrm{J}\,\mathrm{K}^{-1} \times (100 - 0) \,\mathrm{K} = 1246.5 \,\mathrm{J}$$

である。

(d) 理想気体のエンタルピーは温度のみの関数なので、どのような条件でも $\Delta H = C_p \Delta T$ となる。単原子理想気体の定圧熱容量 C_p は

$$C_p = \frac{5}{2}nR = \frac{5}{2} \times 1.0 \,\text{mol} \times 8.31 \,\text{J K}^{-1} \,\text{mol}^{-1} = 20.775 \,\text{J K}^{-1}$$

である。したがって、エントロピー変化は

$$\Delta H = 20.775 \,\mathrm{J}\,\mathrm{K}^{-1} \times (100 - 0) \,\mathrm{K} = 2077.5 \,\mathrm{J}$$

である。

- (a) 熱力学第一法則より、 $\Delta U = q + w$ なので、

$$w = \Delta U - q = (1246.5 - 2077.5) J = -831 J$$

この過程を一定外圧 $p_{\rm ex}=1.0\times10^5\,{\rm Pa}$ に逆らう膨張ととらえて仕事を計算することもできる。体積変化 ΔV は,圧力が一定($p=1.0\times10^5\,{\rm Pa}$)なので,理想気体の状態方程式を用いると

$$\Delta V = V_2 - V_1 = \frac{nRT_2}{p} - \frac{nRT_1}{p} = \frac{nR}{p}(T_2 - T_1) = \frac{nR\Delta T}{p}$$

と表される。したがって、仕事は

$$w = -p_{\text{ex}}\Delta V = -p_{\text{ex}}\frac{nR\Delta T}{p} = -nR\Delta T \quad (\because p = p_{\text{ex}})$$

= -1.0 mol × 8.31 J K⁻¹ mol⁻¹ × 100 K = -831 J

となり、当然のことではあるが、同じ結果となる。

4.5

(a) 定圧比熱容量が与えられており、体重が 60 kg なので、この人物の定圧熱容量は

$$C_p = 4.2 \,\mathrm{kJ} \,\mathrm{K}^{-1} \,\mathrm{kg}^{-1} \times 60 \,\mathrm{kg} = 252 \,\mathrm{kJ} \,\mathrm{K}^{-1}$$

である。定圧条件を考えて、 $\Delta H = q = 10^4 \, \text{kJ}$ なので、

$$\Delta T = \frac{\Delta H}{C_p} = \frac{10^4 \,\text{kJ}}{252 \,\text{kJ K}^{-1}} = 39.68 \,\text{K}$$

となる。

(b) (a) のエンタルピー変化を水の蒸発で消費するためには、水の質量をxとすると、

$$\Delta H = 2400 \,\text{kJ} \,\text{kg}^{-1} \times x$$

$$\therefore x = \frac{10^4 \,\text{kJ}}{2400 \,\text{kJ} \,\text{kg}^{-1}} = 4.17 \,\text{kg}$$

となる。

(答) (a) 40 K, (b) 4.2 kg

4.6

(a) 一定の外圧に逆らう膨張なので、 $w=-p_{\rm ex}\Delta V$ であり、断熱条件なので q=0。したがって、第一法則より $\Delta U=w$ である。また、この膨張では外圧と系の最終圧力が一致しているので、 $p_{\rm ex}=p_2$ となる。したがって、

$$w = \Delta U = -p_2(V_2 - V_1)$$

(b) 理想気体は内部エネルギー変化は $\Delta U = C_V \Delta T$ となるので,

$$\Delta U = C_V(T_2 - T_1)$$

(c) (a) と (b) の結果を合わせると、 $\Delta U = -p_2(V_2 - V_1) = C_V(T_2 - T_1)$ となる。 ここで、 T_1 と V_2 は数値が与えられていないので、理想気体の状態方程式を用いると、

$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{nR}$$
$$V_2 = \frac{nRT_2}{p_2}$$

となる。さらに単原子理想気体なので, $C_V = 3nR/2$ である。これらを代入すると

$$-p_2(V_2 - V_1) = -p_2\left(\frac{nRT_2}{p_2} - V_1\right) = -nRT_2 + p_2V_1$$

$$C_V(T_2 - T_1) = \frac{3nR}{2}T_2 - \frac{3nR}{2}\frac{p_1V_1}{nR} = \frac{3}{2}(nRT_2 - p_1V_1)$$

となり、これらが等しいので、

$$-nRT_2 + p_2V_1 = \frac{3}{2} (nRT_2 - p_1V_1)$$

$$\frac{5}{2} nRT_2 = \left(\frac{3}{2} p_1 + p_2\right) V_1$$

$$\therefore T_2 = \frac{2}{5nR} \left(\frac{3}{2} p_1 + p_2\right) V_1$$

と表される。数値を代入すると

$$T_2 = \frac{2}{5 \times 1.0 \,\mathrm{mol} \times 8.31 \,\mathrm{J \, K^{-1} \, mol^{-1}}} \left(\frac{3}{2} \times 1.00 \times 10^6 \,\mathrm{Pa} + 1.0 \times 10^5 \,\mathrm{Pa} \right) \times 2.24 \times 10^{-3} \,\mathrm{m}^3$$
$$= 172.5 \,\mathrm{K}$$

が得られる。また V_2 は理想気体の状態方程式より

$$V_2 = \frac{1.0\,\mathrm{mol} \times 8.31\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}} \times 172.5\,\mathrm{K}}{1.0 \times 10^5\,\mathrm{Pa}} = 1.43 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}^3$$

となる。

(答) (a)
$$w = \Delta U = -p_2(V_2 - V_1)$$
, (b) $\Delta U = C_V(T_2 - T_1)$, (c) $T_2 = 173 \,\mathrm{K}$, $V_2 = 1.43 \times 10^{-2} \,\mathrm{m}^3 = 14.3 \,\mathrm{L}$

4.7

 $-50\,^{\circ}$ C から $150\,^{\circ}$ C まで水の温度を変えると, $0\,^{\circ}$ C で氷から液体の水に相変化し, $100\,^{\circ}$ C で液体 から水蒸気へ相変化する。この範囲の $1\,$ mol あたりのエンタルピー変化は

$$\Delta H = \Delta H(\text{ice}) + \Delta_{\text{fus}}H + \Delta H(\text{liquid}) + \Delta_{\text{vap}}H + \Delta H(\text{vapor})$$

の 5 つの項の和となる。それぞれ, $\Delta H(\text{ice})$ は,氷の状態でのエンタルピー変化, $\Delta_{\text{fus}}H$ は融解エンタルピー, $\Delta H(\text{liquid})$ は液体の水におけるエンタルピー変化, $\Delta_{\text{vap}}H$ は蒸発エンタルピー, $\Delta H(\text{vapor})$ は水蒸気におけるエンタルピー変化である。それぞれの状態における温度変化による ΔH はそれぞれの状態の定圧熱容量を用いて, $\Delta H = C_p \Delta T$ で与えらえる。水 36 g は 2.0 mol であることを考えると,求めるエントロピー変化は

$$\begin{split} \Delta H &= \left\{ (37.1\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}\times50\,\mathrm{K}) + 6.00\times10^3\,\mathrm{J\,mol^{-1}} \right. \\ &+ (75.3\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}\times100\,\mathrm{K}) + 40.6\times10^3\,\mathrm{J\,mol^{-1}} \\ &+ (33.6\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}\times50\,\mathrm{K}) \right\} \times 2.0\,\mathrm{mol} \\ &= 115330\,\mathrm{J} = 115.33\,\mathrm{kJ} \end{split}$$

(答) 115 kJ

4.8

燃焼に対応する化学反応式は

$$\begin{split} &C_{2}H_{6}\left(g\right)+\frac{7}{2}O_{2} &\longrightarrow 2CO_{2}\left(g\right)+3H_{2}O\left(l\right) \\ &C_{2}H_{4}\left(g\right)+3O_{2} &\longrightarrow 2CO_{2}\left(g\right)+2H_{2}O\left(l\right) \\ &C_{2}H_{2}\left(g\right)+\frac{5}{2}O_{2} &\longrightarrow 2CO_{2}\left(g\right)+H_{2}O\left(l\right) \end{split}$$

である。エタンを例にとると、エタンの燃焼エンタルピーは、 $O_{2}\left(\mathbf{g}\right)$ の生成エンタルピーは

$$\Delta_{c}H=\left\{ 2\Delta_{f}H\left(CO_{2},g\right)+3\Delta_{f}H\left(H_{2}O,l\right)\right\} -\left\{ \Delta_{f}H\left(C_{2}H_{6},g\right)+\frac{7}{2}\Delta_{f}H\left(O_{2},g\right)\right\}$$

となる。巻末のデータ集より, $H_2O(l)$ と $CO_2(g)$ の生成エンタルピーはそれぞれ -285.83, $-393.52\,kJ\,mol^{-1}$ であり, $O_2(g)$ は基準状態にあり生成エンタルピーは定義より0 になる。したがっ

て、これらの値を用いるとエタンの生成エンタルピーを求めることができる。

$$\begin{split} \Delta_{\rm f} H\left(C_2 H_6, g\right) &= \left\{2 \Delta_{\rm f} H\left(C O_2, g\right) + 3 \Delta_{\rm f} H\left(H_2 O, l\right)\right\} - \Delta_{\rm c} H\left(C_2 H_6, g\right) \\ &= \left\{2 \times -393.52 + 3 \times -285.83 - 1560\right\} \; \rm kJ \, mol^{-1} \\ &= -84.53 \, \rm kJ \, mol^{-1} \end{split}$$

エチレンやアセチレンも同様に計算できる。

$$\begin{split} \Delta_{\rm f} H\left(C_2 H_4, g\right) &= \left\{ 2 \Delta_{\rm f} H\left(C O_2, g\right) + 2 \Delta_{\rm f} H\left(H_2 O, l\right) \right\} - \Delta_{\rm c} H\left(C_2 H_4, g\right) \\ &= \left\{ 2 \times -393.52 + 2 \times -285.83 - 1411 \right\} \; \rm kJ \, mol^{-1} \\ &= 52.30 \, \rm kJ \, mol^{-1} \end{split}$$

$$\begin{split} \Delta_{\rm f} H\left(C_2 H_2, g\right) &= \left\{2 \Delta_{\rm f} H\left(CO_2, g\right) + \Delta_{\rm f} H\left(H_2 O, l\right)\right\} - \Delta_{\rm c} H\left(C_2 H_2, g\right) \\ &= \left\{2 \times -393.52 - 285.83 - 1300\right\} \; \rm kJ \, mol^{-1} \\ &= 227.13 \; \rm kJ \, mol^{-1} \end{split}$$

(答) エタン: $-85\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$, エチレン: $52\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$, アセチレン: $227\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$

4.9

エンタルピーの定義 H = U + pV より、一定圧力下でのエンタルピー変化は

$$\Delta H = \Delta U + p\Delta V$$

となる。化学反応における体積変化を考えると、物質量が同じ場合、気体は固体や液体に比べる と体積が非常に大きくなるので、体積変化は反応における気体分子種の体積変化と近似すること ができる。

理想気体の状態方程式を用ると pV=nRT であるが、化学反応のように一定温度、一定圧力の条件下で変化するのは物質量であり、先に述べたように気体分子種の物質量の変化を考えればよい。したがって $p\Delta V \approx RT\Delta n_{\rm g}$ となる。ここで、 $\Delta n_{\rm g}$ は反応で変化する気体分子種の物質量変化である。問題のメタンの燃焼反応は

$$CH_4(g) + 2O_2(g) \longrightarrow CO_2(g) + 2H_2O(l)$$

なので、気体 3 分子が気体 1 分子と液体に変化するので、反応に伴い気体分子が減少する。メタン分子 1 mol の燃焼で、気体分子が 2 mol 減少になるため、この場合 $\Delta n_{\rm g}=-2$ mol である。したがって、

$$\Delta H = \Delta U + p\Delta V = \Delta U + RT\Delta n_{g}$$

$$\therefore \Delta U = \Delta H - RT\Delta n_{g}$$

$$= -890.36 \times 10^{3} \,\mathrm{J \, mol^{-1}} - (8.31 \,\mathrm{J \, K^{-1} \, mol^{-1}} \times 298 \,\mathrm{K} \times (-2 \,\mathrm{mol})$$

$$= -885.407 \,\mathrm{kJ \, mol^{-1}}$$

となる。(答) $-885.41 \,\mathrm{kJ \, mol^{-1}}$

4.10

塩化水素の溶解は

$$HCl(g) + aq \longrightarrow H^{+}(aq) + Cl^{-}(aq)$$

である。aq は大量の水または水溶液中の意味。溶解エンタルピーは

$$\Delta_{\text{sol}}H = \left\{ \Delta_{\text{f}}H \left(H^{+}, \text{aq} \right) + \Delta_{\text{f}}H \left(\text{Cl}^{-}, \text{aq} \right) \right\} - \Delta_{\text{f}}H \left(\text{HCl}, g \right)$$

となる。巻末のデータ集のデータを用いると.

$$\Delta_{\text{sol}}H = \{(0 - 167.16) - (-92.31)\} \text{ kJ mol}^{-1} = -74.85 \text{ kJ mol}^{-1}$$

(答) $-74.85 \,\mathrm{kJ} \,\mathrm{mol}^{-1}$

4.11

希塩酸と薄い水酸化ナトリウム水溶液の中和反応では、水素イオン(H^+)と水酸化物イオン(OH^-)が反応し、塩化物イオンやナトリウムイオンは反応に関与しないので、考える反応式は

$$H^+$$
 (aq) + OH^- (aq) $\longrightarrow H_2O(1)$

である。したがって、中和エンタルピーは

$$\Delta_{\rm r} H = \Delta_{\rm f} H({\rm H}_2{\rm O}, {\rm l}) - \left\{ \Delta_{\rm f} H({\rm H}^+, {\rm aq}) + \Delta_{\rm f} H({\rm OH}^-, {\rm aq}) \right\}$$
$$= \left\{ -285.83 - (0 - 229.99) \right\} \text{ kJ mol}^{-1} = -55.84 \text{ kJ mol}^{-1}$$

固体水酸化ナトリウムと希塩酸の反応は

$$NaOH(s) + H^{+}(aq) + Cl^{-}(aq) \longrightarrow H_{2}O(l) + Na^{+}(aq) + Cl^{-}(aq)$$

となり、塩化物イオンは反応の前後で変化しないので、考える反応式は

$$NaOH(s) + H^{+}(aq) \longrightarrow H_{2}O(l) + Na^{+}(aq)$$

である。したがって、反応エンタルピーは

$$\Delta_{\rm r}H = \left\{ \Delta_{\rm f}H({\rm H_2O}, {\rm l}) + \Delta_{\rm f}H({\rm Na^+}, {\rm aq}) \right\} - \left\{ \Delta_{\rm f}H({\rm NaOH}, {\rm s}) + \Delta_{\rm f}H({\rm H^+}, {\rm aq}) \right\}$$

$$= \left\{ (-285.83 - 240.12) - (-425.93 + 0) \right\} \text{ kJ mol}^{-1} = -100.02 \text{ kJ mol}^{-1}$$

(答) 中和エンタルピー: $-55.84 \,\mathrm{kJ} \,\mathrm{mol}^{-1}$, 反応エンタルピー: $-100.02 \,\mathrm{kJ} \,\mathrm{mol}^{-1}$

4.12

(a) 理想気体の状態方程式を用いる。A の状態について $p_0V_0 = nRT_0$ である。B については,圧力が $3p_0$ に変わるので,温度を T_B とすると,

$$T_{\rm B} = \frac{3p_0V_0}{nR} = \frac{3nRT_0}{nR} = 3T_0$$

同様に、C、D の温度を T_C 、 T_D とすると、

$$T_{\rm C} = \frac{(3p_0)(3V_0)}{nR} = \frac{9nRT_0}{nR} = 9T_0$$
$$T_{\rm D} = \frac{p_03V_0}{nR} = \frac{3nRT_0}{nR} = 3T_0$$

となる。

(b) $A \to B$, $C \to D$ の過程は体積が一定の定積過程であり、一方、 $B \to C$, $D \to A$ の過程は圧力が一定の定圧過程である。単原子理想気体なので、定積、定圧熱容量はそれぞれ $C_V = 3nR/2$, $C_p = 5nR/2$ である。したがって、各過程における熱は

$$\begin{split} q_{\mathrm{A}\to\mathrm{B}} &= C_V(T_{\mathrm{B}} - T_0) = \frac{3nR}{2}(3T_0 - T_0) = \frac{6nRT_0}{2} = 3nRT_0 = 3p_0V_0 \\ q_{\mathrm{B}\to\mathrm{C}} &= C_p(T_{\mathrm{C}} - T_{\mathrm{B}}) = \frac{5nR}{2}(9T_0 - 3T_0) = \frac{30nRT_0}{2} = 15nRT_0 = 15p_0V_0 \\ q_{\mathrm{C}\to\mathrm{D}} &= C_V(T_{\mathrm{D}} - T_{\mathrm{C}}) = \frac{3nR}{2}(3T_0 - 9T_0) = \frac{-18nRT_0}{2} = -9nRT_0 = -9p_0V_0 \\ q_{\mathrm{D}\to\mathrm{A}} &= C_p(T_0 - T_{\mathrm{D}}) = \frac{5nR}{2}(T_0 - 3T_0) = \frac{-10nRT_0}{2} = -5nRT_0 = -5p_0V_0 \end{split}$$

(c) サイクルが 1 周したとき,元の状態に戻るので,温度は変化せず内部エネルギー変化は 0 となる。したがって,第一法則より

$$\begin{split} w_{\rm all} &= -q_{\rm all} \\ &= -\left(q_{\rm A\to B} + q_{\rm B\to C} + q_{\rm C\to D} + q_{\rm D\to A}\right) \\ &= -\left(3p_0V_0 + 15p_0V_0 - 9p_0V_0 - 5p_0V_0\right) \\ &= -4p_0V_0 = -4nRT_0 \end{split}$$

となる。

(答) (a)
$$T_{\rm B} = 3T_0$$
, $T_{\rm C} = 9T_0$, $T_{\rm D} = 3T_0$,

(b)
$$q_{A\to B} = 3p_0V_0 = 3nRT_0$$
, $q_{B\to C} = 15p_0\overline{V_0} = 15nRT_0$, $q_{C\to D} = -9p_0V_0 = -9nRT_0$, $q_{D\to A} = -5p_0V_0 = -5p_$

4.13

裏表紙裏の周期表のデータを用いると、 H_2O のモル質量は $18.016\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$ なので、 $1\,\mathrm{kg}$ の H_2O の物質量は

$$n = \frac{1000 \,\mathrm{g}}{18.016 \,\mathrm{g} \,\mathrm{mol}^{-1}} = 55.506 \,\mathrm{mol}$$

である。この量の H_2O が液体を 25 °C から 100 °C まで加熱するのに必要な熱は

$$q = \Delta H = nC_{p,m}\Delta T = 55.506 \,\text{mol} \times 75.29 \,\text{J K}^{-1} \,\text{mol}^{-1} \times 75 \,\text{K} = 313.429 \,\text{kJ}$$

と求められる。これは,与えられた熱よりも小さいので,残りが ${
m H_2O}$ の蒸発に使われる。蒸発に利用できる熱 q_2 は

$$q_2 = (1000 - 313.429) \text{ kJ} = 686.571 \text{ kJ} = 686.6 \text{ kJ}$$

である。 $100\,^{\circ}$ C における $\rm H_2O$ の蒸発エンタルピーが $\Delta_{\rm vap}=40.66\,kJ\,mol^{-1}$ なので,気化してできた水蒸気の物質量 $n_{\rm g}$ は

$$n_{\rm g} = \frac{q_2}{\Delta_{\rm vap}} = \frac{686.6\,{\rm kJ}}{40.66\,{\rm kJ\,mol^{-1}}} = 16.89\,{\rm mol}$$

である。この値は系全体の H_2O の物質量よりも小さいので,一部の水が蒸発するだけで,系の温度は $100\,^{\circ}\mathrm{C}$ よりも上昇しない。

液体の水の体積は無視できるので,この過程における体積変化は発生した水蒸気の体積となる。外圧は 1 atm で一定で,水蒸気の圧力も同じである。したがって,水蒸気の発生による仕事 w は

$$w = -p_{\text{ex}} \Delta V = -p_{\text{ex}} \times \frac{n_{\text{g}}RT}{p_{\text{ex}}} = -n_{\text{g}}RT$$
$$= -16.89 \,\text{mol} \times 8.31 \,\text{J K}^{-1} \,\text{mol}^{-1} \times 373 \,\text{K}$$
$$= -52.35 \,\text{kJ}$$

(答) -52.4 kJ

4.14

温度が T_1 から T_2 まで変化したときのモルエンタルピー変化は、モル定圧熱容量 $C_{p,m}$ を用いて

$$\Delta H_{\rm m} = \int_{T_1}^{T_2} C_{p,\rm m} \mathrm{d}T$$

で与えられる。積分を行うと,

$$\Delta H_{\rm m} = \int_{T_1}^{T_2} \left\{ C_0 + C_1 T + C_2 T^2 \right\} dT = \left[C_0 T + \frac{C_1}{2} T^2 + \frac{C_2}{3} T^3 \right]_{T_1}^{T_2}$$
$$= C_0 (T_2 - T_1) + \frac{C_1}{2} \left(T_2^2 - T_1^2 \right) + \frac{C_2}{3} \left(T_2^3 - T_1^3 \right)$$

となる。与えられた数値を代入すると

$$\Delta H_{\rm m} = (19.80\,{\rm J\,K^{-1}\,mol^{-1}})(353-273)\,{\rm K} + \frac{7.344\times10^{-2}\,{\rm J\,K^{-2}\,mol^{-1}}}{2}\left(353^2-273^2\right)\,{\rm K} + \frac{-5.602\times10^{-5}\,{\rm J\,K^{-3}\,mol^{-1}}}{3}\left(353^3-273^3\right)\,{\rm K}^3$$

$$= 2981\,{\rm J\,mol^{-1}}$$

(答) 2.98 kJ mol⁻¹

4.15

裏表紙裏の周期表を参照すると,水銀のモル質量は $M=200.6\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$ なので,水銀 $200\,\mathrm{g}$ の物質量は

$$n = \frac{w_t}{M} = \frac{200 \,\mathrm{g}}{200.6 \,\mathrm{g} \,\mathrm{mol}^{-1}} = 0.9970 \,\mathrm{mol}$$

体積 V は密度 $\rho = 13.5\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ を用いると

$$V = \frac{w_t}{\rho} = \frac{200 \,\mathrm{g}}{13.5 \,\mathrm{g \, cm}^{-3}} = 14.81 \,\mathrm{cm}^3 = 1.481 \times 10^{-5} \,\mathrm{m}^3$$

である。1 atm の一定圧力下で加熱し、1 K 温度上昇させたので、エンタルピー変化は

$$\Delta H = C_p \Delta T = nC_{p,m} \Delta T = 0.9970 \,\text{mol} \times 27.98 \,\text{J K}^{-1} \times 1 \,\text{K} = 27.89 \,\text{J}$$

体積変化は、熱膨張率の式を用いると

$$\Delta V = \alpha V \Delta T = 1.82 \times 10^{-2} \,\mathrm{K}^{-1} \times 1.481 \times 10^{-5} \,\mathrm{m}^3 \times 1 \,\mathrm{K} = 2.695 \times 10^{-4} \,\mathrm{m}^3$$

となる。したがって、体積増加による仕事wは

$$w = -p_{\rm ex}\Delta V = -1.013 \times 10^5 \,\mathrm{Pa} \times 2.695 \times 10^{-4} \,\mathrm{m}^3 = -2.730 \times 10^{-4} \,\mathrm{J}$$

と求めることができる。熱力学第一法則より $\Delta U=q+w$ であり、一定圧力下の加熱では $q=\Delta H$ なので、

$$\Delta U = \Delta H + w = 27.89 \,\text{J} - 2.730 \times 10^{-4} \,\text{J} = 27.89 \,\text{J}$$

となる。

(答) $\Delta H = 27.9 \,\mathrm{J}, \ \Delta U = 27.9 \,\mathrm{J}$

4.16

 H_2O 1 mol の質量は 18.016 g なので、体積は、氷、水の密度を用いて、

$$V(s) = \frac{18.016 \,\mathrm{g}}{0.9168 \,\mathrm{g \, cm^{-3}}} = 19.651 \,\mathrm{cm^3}$$
$$V(l) = \frac{18.016 \,\mathrm{g}}{0.9998 \,\mathrm{g \, cm^{-3}}} = 18.020 \,\mathrm{cm^3}$$

と求められる。したがって、融解における体積変化は

$$\Delta V = V(1) - V(s) = (18.020 - 19.651) \text{ cm}^3 = -1.631 \text{ cm}^3 = -1.631 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

である。融解における体積変化に伴う仕事wは、外圧が1 atm で一定なので

$$w = -p_{\text{ex}}\Delta V = -1.013 \times 10^5 \,\text{Pa} \times (-1.631 \times 10^{-6} \,\text{m}^3) = 0.1652 \,\text{J}$$

となる。熱力学第一法則より $\Delta U=q+w$ であり,一定圧力下の加熱では $q=n\Delta_{\mathrm{fus}}H$ なので,内部エネルギー変化 ΔU は

$$\Delta U = n\Delta_{\text{fus}}H + w = 1 \,\text{mol} \times 6.01 \times 10^3 \,\text{J} \,\text{mol}^{-1} + 0.1652 \,\text{J} = 6.01 \,\text{kJ}$$

である。

問題 4.15, 4.16 からわかるように, 固体 - 液体の相転移ではエンタルピー変化, 内部エネルギー変化はほぼ同じになる。これは、融解における体積変化が小さく, 仕事が小さいからである。

(答) 6.01 kJ

4.17

 H_2O 1 mol の質量は 18.016 g なので、100 °C における水の体積は与えられた密度を用いて、

$$V({\rm l}) = \frac{18.016\,{\rm g}}{0.9584\,{\rm g\,cm^{-3}}} = 18.798\,{\rm cm^3} = 1.8798\times 10^{-5}\,{\rm m^3}$$

であり、100°Cにおける水蒸気の体積は理想気体の状態方程式を用いて

$$V(\mathbf{g}) = \frac{nRT}{p} = \frac{1\,\mathrm{mol} \times 8.31\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}} \times 373\,\mathrm{K}}{1.013 \times 10^5\,\mathrm{Pa}} = 0.03060\,\mathrm{m}^3$$

と得られる。蒸発における体積変化は

$$\Delta V = V(g) - V(l) = (0.03060 - 1.8798 \times 10^{-5}) \,\mathrm{m}^3 = 0.03058 \,\mathrm{m}^3$$

である。したがって、体積変化による仕事は外圧が1 atm で一定なので

$$w = -p_{\rm ex}\Delta V = -1.013 \times 10^5 \,\mathrm{Pa} \times (0.03058 \,\mathrm{m}^3) = -3098 \,\mathrm{J}$$

となる。熱力学第一法則より $\Delta U=q+w$ であり、一定圧力下の加熱では $q=n\Delta_{\mathrm{vap}}H$ なので、内部エネルギー変化 ΔU は

$$\Delta U = n\Delta_{\text{vap}}H + w = 1 \,\text{mol} \times 40.66 \times 10^3 \,\text{J} \,\text{mol}^{-1} - 3098 \,\text{J} = 37.56 \,\text{kJ}$$

である。

問題 4.16 とくらべて 4.17 では、エンタルピー変化と内部エネルギー変化の差が大きくなる。これは、蒸発における体積変化が大きく、仕事が無視できないからである。

(答) 37.6 kJ

4.18

n-オクタンの燃焼を表す反応式は

$$C_8H_{18}(g) + \frac{25}{2}O_2(g) \longrightarrow 8CO_2(g) + 9H_2O(l) \quad \Delta_cH$$

である。燃焼エンタルピーを各化学種の生成エンタルピーを用いて表すと,

$$\Delta_{c}H = \left\{8\Delta_{f}H(CO_{2}, g) + 9\Delta_{f}H(H_{2}O, l)\right\} - \left\{\Delta_{f}H(C_{8}H_{18}, g) + \frac{25}{2}\Delta_{f}H(O_{2}, g)\right\}$$

となる。 CO_2 (g) と H_2O (l) の生成エンタルピーはそれぞれ,-393.52, $-285.83 \, \mathrm{kJ} \, \mathrm{mol}^{-1}$ であり, O_2 (g) は 0 である。気体の n-オクタンの生成エンタルピーは

$$\Delta_{\rm f} H({\rm C_8 H_{18}},{\rm g}) = \Delta_{\rm f} H({\rm C_8 H_{18}},{\rm l}) + \Delta_{\rm vap} H = (-249.9 + 35) \,{\rm kJ \, mol^{-1}} = -214.9 \,{\rm kJ \, mol^{-1}}$$

と求めることができる。したがって、燃焼エンタルピーは

$$\Delta_{\rm c}H=[\{8 imes(-393.52)+9 imes(-285.83)\}-(-214.9+0)]~{
m kJ\,mol^{-1}}=-5505.73~{
m kJ\,mol^{-1}}$$
である。この 30% が利用可能なので, n -オクタン $1~{
m mol}$ の燃焼で

$$w = 0.30 \times -5505.73 \,\mathrm{kJ} \,\mathrm{mol}^{-1} \times 1 \,\mathrm{mol} = -1652 \,\mathrm{kJ}$$

となる。

(答) $-1.65 \times 10^3 \,\mathrm{kJ}$

4.19

塩化水素とアンモニアの気相反応の反応式は

$$HCl(g) + NH_3(g) \longrightarrow NH_4Cl(s)$$

と表されるので、反応エンタルピーは

$$\begin{split} \Delta_{\rm r} H &= \Delta_{\rm f} H({\rm NH_4Cl,s}) - \{\Delta_{\rm f} H({\rm HCl,g}) + \Delta_{\rm f} H({\rm NH_3,g})\} \\ &= \{-314.55 - (-92.31 - 45.90)\} \; \rm kJ \, mol^{-1} = -176.34 \, kJ \, mol^{-1} \end{split}$$

となる。

希塩酸と希アンモニア水の反応の反応式は

$$H^+$$
 (aq) + Cl - (aq) + NH₃ (aq) \longrightarrow NH₄ + (aq) + Cl - (aq)

となるが、Cl - (aq) は反応に関与しないので、考える反応式は

$$H^+$$
 (aq) + NH_3 (aq) $\longrightarrow NH_4 + (aq)$

である。反応エンタルピーは

$$\Delta_{r}H = \Delta_{f}H(NH_{4}^{+}, aq) - \{\Delta_{f}H(H^{+}, aq) + \Delta_{f}H(NH_{3}, aq)\}$$

= \{-132.51 - (0 - 80.29)\} kJ mol^{-1} = -52.22 kJ mol^{-1}

となる。気相と水溶液中で反応が異なることに注意しよう。

(答) 気相:−176.34 kJ mol⁻¹, 水溶液:−52.22 kJ mol⁻¹

4.20

(a) CH 結合の平均結合エンタルピーは、図 (a) に示したように、気体の C 原子と H 原子から気体のメタン分子が生成するときの反応エンタルピーの 1/4 と考えればよい。

$$C(g) + 4H(g) \longrightarrow CH_4(g)$$
 (1)

一方,メタンの生成エンタルピーは C E H がそれぞれ基準状態であるグラファイト,気体の H_2 分子から生成する反応の反応エンタルピーになる。

$$C (graphite) + 2H_2 (g) \longrightarrow CH_4 (g)$$
 (2)

反応 (1) の反応エンタルピーを求めるには、気体の H 原子、および C 原子の生成エンタルピーを用いる必要がある。

対応する反応式は

$$\frac{1}{2}H_{2}(g) \longrightarrow H(g)$$

$$C(graphite) \longrightarrow C(g)$$
(3)

である。

へスの法則に基づいて,反応 (2), (3), (4) から反応 (1) の反応エンタルピーを求める。

(2)
$$C (graphite) + 2H_2 (g) \longrightarrow CH_4 (g)$$

$$(3) \times 4 \quad 2H_2(g) \longrightarrow 4H(g)$$

$$(4) \qquad C\left(graphite\right) \longrightarrow C\left(g\right)$$

$$\Delta_{r}H(1) = \Delta_{f}H(CH_{4}, g) - 4 \times \Delta_{f}H(H, g) - \Delta_{f}H(C, g)$$

$$= (-74.87 - 4 \times 217.97 - 716.67) \text{ kJ mol}^{-1}$$

$$= -1663.42 \text{ kJ mol}^{-1}$$

となるので、CH 結合の平均結合エンタルピー ΔH (C-H) は、これを 4 で割って

$$\Delta H (C - H) = \Delta_r H (1)/4 = -415.855 \,\text{kJ mol}^{-1}$$

が得られる。

- (b) まず、エタンについて考える。
- (a) と同様に、気体 C 原子、H 原子から気体エタン分子を生成する反応を考える。

$$2C(g) + 6H(g) \longrightarrow C_2H_6(g)$$
 (5)

図 (b) のように、この反応エンタルピーが CH 結合の平均結合エンタルピーと CC 結合の結合エンタルピーの和になると考える。エタン分子の生成エンタルピーに対応する反応式は

$$2C (graphite) + 3H_2 (g) \longrightarrow C_2H_6 (g)$$
 (6)

なので、反応式(3)、(4)と合わせて考えると

- (6) $2C \text{ (graphite)} + 3H_2 \text{ (g)} \longrightarrow C_2H_6 \text{ (g)}$
- $(3) \times 6 \quad 3H_2(g) \longrightarrow 6H(g)$
- (4) $2C \text{ (graphite)} \longrightarrow 2C \text{ (g)}$

$$\Delta_{r}H(5) = \Delta_{f}H(C_{2}H_{6}, g) - 6 \times \Delta_{f}H(H, g) - 2 \times \Delta_{f}H(C, g)$$

$$= (-84.68 - 6 \times 217.97 - 2 \times 716.67) \text{ kJ mol}^{-1}$$

$$= -2825.84 \text{ kJ mol}^{-1}$$

となる。CH 結合の平均結合エンタルピー ΔH (C – H) = $-415.855\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$ を用いると,CC 結合の結合エンタルピーは

$$\Delta_{r}H(5) = \Delta H(C - C) + 6 \times \Delta H(C - H)$$

$$\therefore \Delta H(C - C) = \Delta_{r}H(5) - 6 \times \Delta H(C - H)$$

$$= \{-2825.84 - 6 \times (-415.855)\} \text{ kJ mol}^{-1}$$

$$= -330.71 \text{ kJ mol}^{-1}$$

が得られる。

エチレンはエタンと同様に求めることができる(図 (c) 参照)。気体 C 原子,H 原子から気体エチレン分子を生成する反応は

$$2C(g) + 4H(g) \longrightarrow C_2H_4(g) \tag{7}$$

である。エチレン分子の生成エンタルピーに対応する反応式は

$$2C (graphite) + 2H_2 (g) \longrightarrow C_2H_4 (g)$$
 (8)

なので、反応式(3)、(4)と合わせて考えると

(8)
$$2C (graphite) + 2H_2 (g) \longrightarrow C_2H_4 (g)$$

- $(3) \times 4 \quad 2H_2(g) \longrightarrow 4H(g)$
- (4) $2C \text{ (graphite)} \longrightarrow 2C \text{ (g)}$

$$(8) - 4 \times (3) - 2 \times (4)$$
 より

$$\begin{split} \Delta_{\rm r} H\left(7\right) &= \Delta_{\rm f} H\left(C_2 H_4, g\right) - 4 \times \Delta_{\rm f} H\left(H, g\right) - 2 \times \Delta_{\rm f} H\left(C, g\right) \\ &= \left(52.47 - 4 \times 217.97 - 2 \times 716.67\right) \, \mathrm{kJ} \, \mathrm{mol}^{-1} \\ &= -2252.75 \, \mathrm{kJ} \, \mathrm{mol}^{-1} \end{split}$$

となる。CH 結合の平均結合エンタルピー ΔH (C – H) = $-415.855\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$ を用いると,CC 結合の結合エンタルピーは

$$\Delta_{r}H(5) = \Delta H(C - C) + 4 \times \Delta H(C - H)$$

$$\therefore \Delta H(C - C) = \Delta_{r}H(7) - 4 \times \Delta H(C - H)$$

$$= \{-2252.75 - 4 \times (-415.855)\} \text{ kJ mol}^{-1}$$

$$= -589.33 \text{ kJ mol}^{-1}$$

が得られる。

アセチレンもエタンと同様に求めることができる(図 (d) 参照)。気体 C 原子,H 原子から気体アセチレン分子を生成する反応は

$$2C(g) + 2H(g) \longrightarrow C_2H_2(g)$$
 (9)

である。アセチレン分子の生成エンタルピーに対応する反応式は

$$2C (graphite) + H_2 (g) \longrightarrow C_2 H_2 (g)$$
 (10)

なので, 反応式 (3), (4) と合わせて考えると

(10)
$$2C \text{ (graphite)} + H_2 \text{ (g)} \longrightarrow C_2H_2 \text{ (g)}$$

$$(3) \times 2 \quad H_2(g) \longrightarrow 2H(g)$$

(4)
$$2C \text{ (graphite)} \longrightarrow 2C \text{ (g)}$$

$$\begin{split} \Delta_{\rm r} H\left(9\right) &= \Delta_{\rm f} H\left(C_2 H_2, g\right) - 2 \times \Delta_{\rm f} H\left(H, g\right) - 2 \times \Delta_{\rm f} H\left(C, g\right) \\ &= \left(226.73 - 2 \times 217.97 - 2 \times 716.67\right) \, kJ \, {\rm mol}^{-1} \\ &= -1642.55 \, kJ \, {\rm mol}^{-1} \end{split}$$

となる。CH 結合の平均結合エンタルピー ΔH (C – H) = $-415.855\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$ を用いると,CC 結合の結合エンタルピーは

$$\Delta_{r}H(9) = \Delta H(C - C) + 2 \times \Delta H(C - H)$$

$$\therefore \Delta H(C - C) = \Delta_{r}H(9) - 4 \times \Delta H(C - H)$$

$$= \{-1642.55 - 2 \times (-415.855)\} \text{ kJ mol}^{-1}$$

$$= -810.84 \text{ kJ mol}^{-1}$$

が得られる。

ベンゼンも同様に考えればよいが、ベンゼンは $298 \, \mathrm{K}$ で液体なので、蒸発エンタルピーを用いて気体ベンゼンの生成エンタルピーを求めておく必要がある。(図 (e) 参照)。気体ベンゼンの生成エンタルピーは

$$\begin{split} \Delta_{f} H\left(C_{6} H_{6}, g\right) &= \Delta_{f} H\left(C_{6} H_{6}, l\right) + \Delta_{vap} H\left(C_{6} H_{6}\right) \\ &= (49.0 + 30.8) \, kJ \, mol^{-1} = 79.8 \, kJ \, mol^{-1} \end{split}$$

である。気体 C 原子、H 原子から気体ベンゼン分子を生成する反応は

$$6C(g) + 6H(g) \longrightarrow C_6H_6(g) \tag{11}$$

である。気体ベンゼン分子の生成エンタルピーに対応する反応式は

$$6C (graphite) + 3H_2 (g) \longrightarrow C_6H_6 (g)$$
 (12)

なので, 反応式 (3), (4) と合わせて考えると

(12)
$$6C \text{ (graphite)} + 3H_2 \text{ (g)} \longrightarrow C_6H_6 \text{ (g)}$$

$$(3) \times 6 \quad 3H_2(g) \longrightarrow 6H(g)$$

(4)
$$6C \text{ (graphite)} \longrightarrow 6C \text{ (g)}$$

$$\begin{split} \Delta_{\rm r} H \, (11) &= \Delta_{\rm f} H \, (C_6 H_6, g) - 6 \times \Delta_{\rm f} H \, (H, g) - 6 \times \Delta_{\rm f} H \, (C, g) \\ &= (79.8 - 6 \times 217.97 - 6 \times 716.67) \, \, \mathrm{kJ \, mol^{-1}} \\ &= -5528.04 \, \mathrm{kJ \, mol^{-1}} \end{split}$$

となる。CH 結合の平均結合エンタルピー ΔH (C – H) = $-415.855\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$ を用いると,CC 結合の結合エンタルピーは

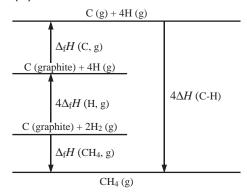
$$\begin{split} \Delta_{\rm r} H \, (11) &= 6 \times \Delta H \, ({\rm C-C}) + 6 \times \Delta H \, ({\rm C-H}) \\ \therefore \; \Delta H \, ({\rm C-C}) &= \frac{1}{6} \, (\Delta_{\rm r} H \, (11) - 4 \times \Delta H \, ({\rm C-H})) \\ &= \frac{1}{6} \, \{ -5528.04 - 6 \times (-415.855) \} \; kJ \, {\rm mol}^{-1} \\ &= -505.485 \, kJ \, {\rm mol}^{-1} \end{split}$$

が得られる。

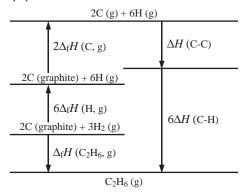
CC 結合エンタルピーを比較すると、エタン、エチレン、アセチレンの順に絶対値が大きくなっている。これは、エタンが単結合、エチレンが二重結合、アセチレンが三重結合になっているからである。ベンゼンの結合エンタルピーがエタンとエチレンの間になっているが、これはベンゼンでは π 軌道の共役が起こり、6 つの結合で π 電子を共有しているため、二重結合よりも弱くなるためである。

(答) (a)
$$-415.86 \,\mathrm{kJ \, mol^{-1}}$$
,
(b) エタン: $-330.71 \,\mathrm{kJ \, mol^{-1}}$, エチレン: $-589.33 \,\mathrm{kJ \, mol^{-1}}$,
アセチレン: $-810.84 \,\mathrm{kJ \, mol^{-1}}$, ベンゼン $-505.49 \,\mathrm{kJ \, mol^{-1}}$

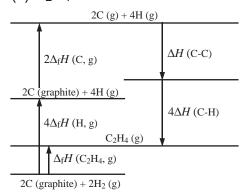
(a) CH₄



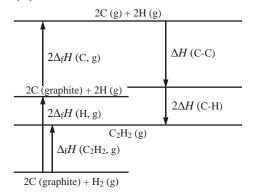
(b) C₂H₆



(c) C_2H_4



(d) C_2H_2



(e) C₆H₆

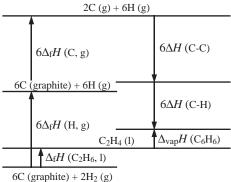


図 エネルギー関係図 ただし、縦方向の大きさは必ずしも比例関係にはないので、注意すること。」

4.21

スチレン C_8H_8 のモル質量は $104.144 \,\mathrm{g}\,\mathrm{mol}^{-1}$ なので、スチレン $1 \,\mathrm{kg}$ の物質量は

$$\frac{1000\,\mathrm{g}}{104.144\,\mathrm{g}\,\mathrm{mol}^{-1}} = 9.602\,\mathrm{mol}$$

である。スチレン $1 \log$ の重合で発生する熱はエンタルピー変化 ΔH から

$$q = -\Delta H = -n\Delta_{\rm r}H$$

= -9.602 mol × (-73.39 kJ mol⁻¹) = 704.691 kJ

となる。この熱を全て水の10 Kの温度上昇で使い切るのに必要な水の物質量をnとすると、

$$= nC_{p,m}\Delta T$$

$$\therefore \Delta T = \frac{q}{nC_{p,m}} = \frac{704.691 \times 10^3 \,\mathrm{J}\,\mathrm{mol}^{-1}}{75.291 \,J\,K^{-1}\,mol^{-1} \times 10\,\mathrm{K}}$$

$$= 935.956\,\mathrm{mol}$$

水のモル質量が $18.016\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$ なので、求める水の質量 w_t は

$$w_t = 935.956 \,\mathrm{mol} \times 18.016 \,\mathrm{g} \,\mathrm{mol}^{-1} = 16862 \,\mathrm{g}$$

と求めることができる。

(答) 16.9 kg